

Atti e Memorie della Commissione Grotte "E. Boegan"	Vol. 46 (2015-2016)	pp. 125-141	Trieste 2016
--------------------------------------------------------	---------------------	-------------	--------------

A Mario Gherbaz

DOMAGOJ KORAIŠ^{***}, CARLA BRAITENBERG^{**},
GIORGIO PORETTI^{**}, TOMMASO PIVETTA^{**}.

MISURAZIONI DI GRAVITÀ E RELATIVA ANALISI DATI DELLA "GROTTA IMPOSSIBILE" – CARSO TRIESTINO

SOMMARIO:

Durante i lavori per la Grande Viabilità Triestina, effettuati a novembre 2004 nei pressi di Basovizza, furono scoperte varie cavità naturali. Una di queste diventerà, dopo una lunga esplorazione ad opera dei gruppi speleologici triestini, la Grotta Impossibile. Scopo di questo lavoro è di ideare e condurre una campagna di misurazioni gravimetriche nella zona sovrastante la cavità per rivelarne l'anomalia gravitazionale, al fine di determinarne nuove prosecuzioni non ancora scoperte. I risultati ottenuti ci portano a escludere la possibilità che ci sia una prosecuzione della grotta di dimensioni paragonabili alla caverna principale nella zona presa in esame, in quanto vi è un ottimo accordo tra valori simulati e misure sperimentali. È stata inoltre verificata la presenza di una variazione crescente del campo gravitazionale pari a $0.00184 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ per metro in direzione nord, imputabile a molteplici sorgenti che portano ad una variazione laterale di densità.

ABSTRACT:

In this study we focus on the "Grotta Impossibile" cave, near Basovizza (Trieste). It was discovered in November 2004 thanks to a highway tunnel construction. We report the results of the gravimetric survey made over the part of the cave free of tree vegetation and demonstrate that the gravity minimum over the cave is well defined. Additionally, we ran simulations of the anomaly based on the available reliefs of the cave provided by speleological explorations. The good agreement of the data with simulations disproves the existence of any branch yet to discover of size comparable to the main hall of the cave, at least in the studied area. Furthermore, we detect a gravimetric gradient equal to $0.00184 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ per meter with a northward positive change, which is due to subsurface density and structure inhomogeneities.

SAŽETAK:

Tijekom radova na izgradnji ceste u studenom 2004 godine, u blizini mjesta Basovizza kod Trsta, otkriveno je više speleoloških objekata. Dugotrajno istraživanje tršćanskih speleologa dovelo je do otkrića jedne od najvećih podzemnih dvorana u Italiji. Impozantna jama

*Dipartimento di Fisica, Università di Trieste, Via Valerio 2, 34127 Trieste

**Dipartimento di Matematica e Geoscienze, Università di Trieste, Via Weiss 1, 34100 Trieste

dobila je ime “Grotta Impossibile”. Tema ove radnje je mjerenje promjena gravitacijske sile iznad speleološkog objekta, sa ciljem otkrivanja novih podzemnih prostora velikih dimenzija. Ostvareni rezultati nedvojbeno upućuju na činjenicu da na području na kojem je mjerenje provedeno, nema mogućnosti postojanja novih velikih speleoloških objekata. Isto tako, ostvarena mjerenja na terenu kompatibilna su sa simulacijama te je potvrđeno postojanje gravitacijskog gradijenta od $0.00184 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ na metar u smjeru sjevera.

Introduzione

La Grotta Impossibile è situata nella provincia di Trieste, nei pressi dell'abitato di Basovizza.

Nel Catasto Regionale Delle Grotte del Friuli Venezia Giulia è identificata dal numero di catasto 6800.

È stata scoperta accidentalmente nel novembre del 2004 durante i lavori di costruzione della grande viabilità triestina. Si presenta come una cavità insolitamente grande per questa zona del carso triestino, con una caverna principale delle dimensioni massime di 130m di lunghezza, 80m di larghezza e 70 m di altezza, situata a poche decine di metri dal piano campagna nel suo punto più alto.

In seguito alla sua scoperta è stata più volte esplorata e si è visto che è costituita da due rami principali per una estensione complessiva di 2.2 km [1].

Lo scopo del presente lavoro è stato quello di eseguire una analisi gravimetrica della Grotta Impossibile per poter trovare eventuali prosecuzioni non ancora scoperte o cavità attigue alla grotta stessa. Dal recente studio effettuato sulla Grotta Gigante [2] l'indagine gravimetrica si prospetta come uno strumento valido per l'investigazione di ampie cavità prossime alla superficie. Infatti, a causa del difetto di massa, esse generano una anomalia nel campo di gravità locale.

Con “gravità” si intende il modulo dell'accelerazione gravitazionale terrestre sommato all'effetto dell'accelerazione centrifuga dovuta alla rotazione terrestre, nel punto di misura. Con “anomalia di gravità” si intende la differenza della gravità misurata da un modello della terra costituito da un ellissoide ruotante, e di massa e rotazione pari a quella della terra.

Si è partiti dal determinare la geometria interna della grotta basandosi sui rilievi geodetici esistenti [3].

Nota la geometria è stata effettuata una simulazione dell'anomalia gravitazionale discretizzando il volume della cavità con dei prismi a base rettangolare. Questo perché il campo gravitazionale di un singolo prisma può essere calcolato analiticamente e, per il principio di sovrapposizione, il campo generato dalla somma dei prismi è uguale alla somma dei singoli campi. Il calcolo è stato eseguito utilizzando il software Tesseroids [4].

Le simulazioni hanno permesso di impostare la campagna di misura, condotta da Domagoj Korais e dal prof. Giorgio Poretti nei mesi di dicembre 2015, febbraio 2016 e marzo 2016, ed elaborata da Tommaso Pivetta e Carla Braitenberg. Le simulazioni sono state utilizzate sia per identificare l'area nella quale eseguire le misurazioni, che per avere una prima stima dell'estensione spaziale dell'anomalia gravitazionale.

Lo strumento utilizzato per l'osservazione delle variazioni del campo di gravità è stato un gravimetro Lacoste & Romberg G746, mentre la posizione, nonché la quota, sono stati rilevati con un rilevatore GNSS Leica GPS1200+. L'analisi dati GNSS è stata fatta utilizzando il software Leica Geo Office. Le osservazioni di gravità sono state corrette per le maree terrestri, per la quota e per la topografia utilizzando il software dbGrav [5]. L'ellissoide di riferimento è stato il WGS84. Infine si sono confrontati i valori simulati con quelli misurati.

Geometria della grotta

I rilievi dell'interno della grotta sono stati eseguiti utilizzando il metodo classico, che consiste nello stabilire una serie di stazioni avvalendosi di bussola, clinometro e distanziometro [6]. Per “stazione” si intende un punto della grotta del quale sia nota la posizione. Il procedimento che permette di eseguire il rilievo consiste nel muoversi da una stazione all'altra misurando al contempo la direzione, l'inclinazione e la distanza. Per ogni stazione vengono eseguite una serie di misure a raggiera allo scopo di poter ricostruire le dimensioni dell'intera cavità. Nella figura 1 le stazioni sono indicate con i numeri 00, 01 e 04, mentre le linee rosse rappresentano le distanze misurate.

Una volta rilevata l'intera cavità si torna indietro ripetendo alcuni punti già battuti, allo scopo di avere una precisione migliore sulle misure. Le misure originarie sono riassunte nella tabella 1. I rilievi sono stati forniti dal sig. Augusto Diquai, membro della Commissione Grotte Eugenio Boegan, che ne ha curato la realizzazione nel 2005 assieme ad altri membri dei vari gruppi speleologici triestini che si sono susseguiti nell'esplorazione della cavità. I dati nella tabella 1 sono rappresentati nelle figure 2 e 3 dalle linee rosse, mentre le stazioni sono numerate. Come è possibile vedere, i dati sono integrati manualmente con alcune caratteristiche morfologiche

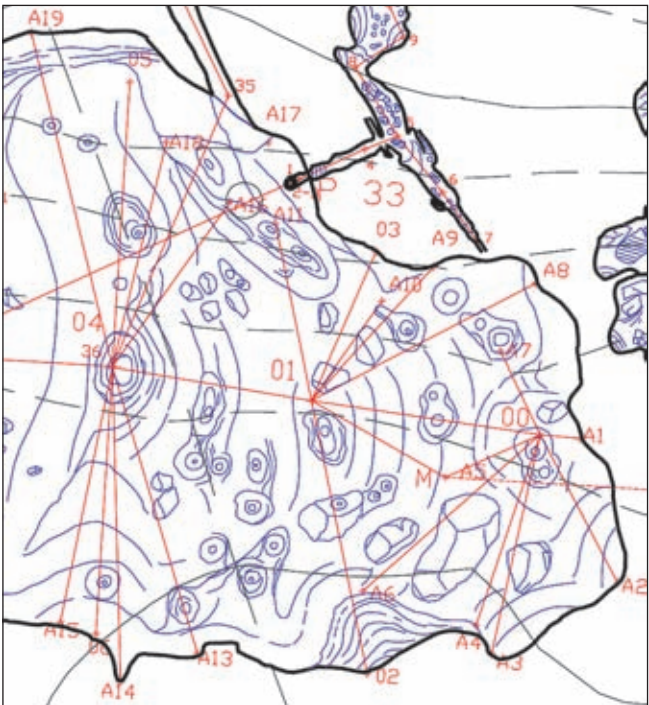


Fig. 1: Dettaglio del rilievo complessivo della grotta, i numeri 00,01 e 04 rappresentano le stazioni, mentre le linee rosse le distanze misurate.

Grotta Impossibile- Settore 1-bis Ramo principale							
Rilievo 24 settembre 2005; A.Diquai; P.Guidi							
Stazioni	Bussola	Clinom.	Lungh.	Dist. orizz.	Dislivello	Altezza	
0	1	275	20	27.3	25.65	9.34	
1	4	276	25	24.7	22.39	10.44	37
4	7	270	9	22.4	22.12	3.5	61
7	07bis	270	-1	13.8	13.8	-0.24	67
07bis	10	284	-1	32.18	32.18	-0.56	
10	15	282	-15.5	15	14.45	-4.01	58
15	18	260	-36	24.5	19.82	-14.4	39.3
18	21	238	-8	35	34.66	-4.87	40.5
21	24	271	12.5	13.8	13.47	2.99	23
24	27	240	-21	29	27.07	-10.39	22
27	30	295	23	31	28.54	12.11	38
30	33	289	12	13	12.72	2.7	6.5
33	36	314	0	18	18	0	3
36	37	210	-16	8.8	8.46	-2.43	13
37	38	282	-11	15	14.72	-2.86	1
38	41	298	-14	7	6.79	-1.69	23
41	42	218	46	8	5.56	5.75	
42	43	309	26	8	7.19	3.51	
43	48	357	34	7.5	6.22	4.19	6
48	49	237	58	21.5	11.39	18.23	
49	50	310	0	9	9	0	8.5

Tab. 1: Misure del rilievo geodetico eseguito in una parte della Grotta Impossibile

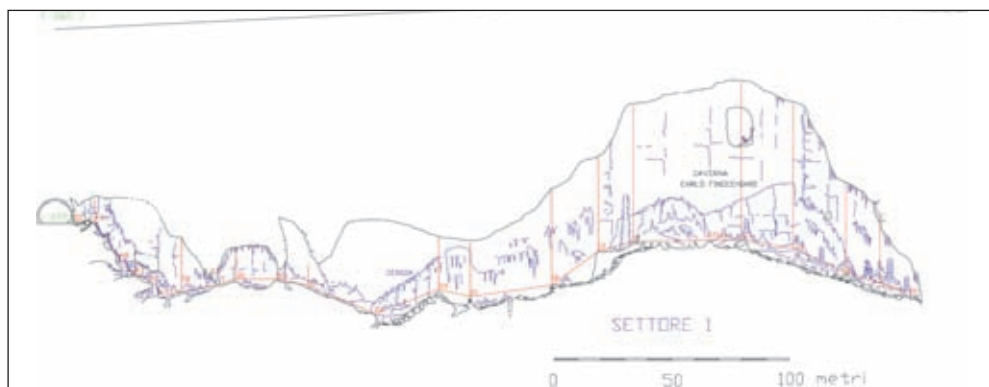


Fig. 2: Rilievo in sezione del settore I della Grotta Impossibile, ovvero della caverna “Carlo Finocchiaro”

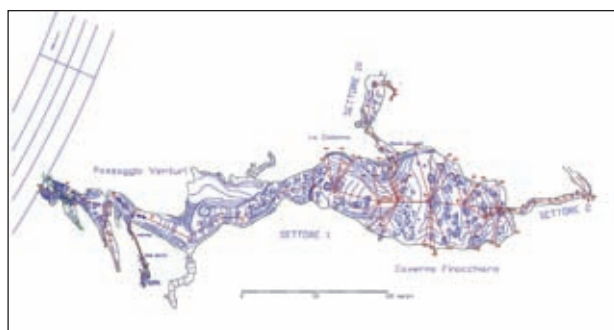


Fig. 3: Rilievo in pianta del settore I della Grotta, ovvero della caverna “Carlo Finocchiaro”. È visibile sulla sinistra il tratto di galleria che ha portato alla scoperta della cavità.

della cavità, che sono state rappresentate in blu, e con i contorni, rappresentati in nero. Queste ultime caratteristiche sono state ottenute esplorando la cavità nel suo interno. Una volta ottenuto il rilievo diventa necessario georeferenziarlo, ovvero metterlo in relazione con le coordinate sulla superficie. I risultati di tale operazione sono presentati nella figura 4. Le coordinate utilizzate sono le coordinate geografiche Gauss Boaga fuso est.

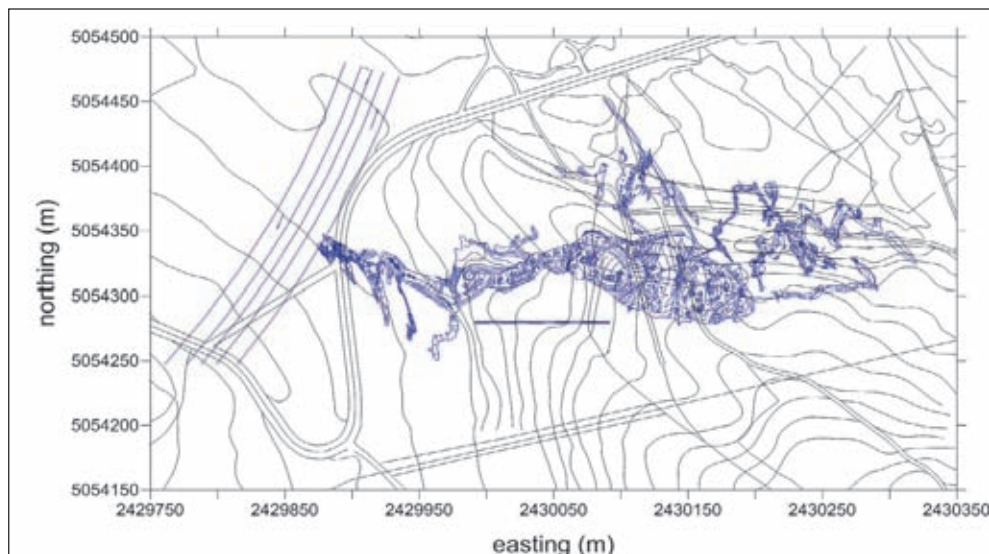


Fig. 4: Rilievo georeferenziato del settore I della Grotta Impossibile sovrapposto alla CTR (Carta Tecnica Regionale).

Simulazioni del campo gravitazionale

Per poter simulare il campo gravitazionale della cavità è opportuno discretizzarne il volume in corpi geometrici. Il campo di gravità generato da un prisma rettangolare è noto dalla letteratura [11]. Il prisma a base rettangolare rappresenta il candidato ideale perché permette di discretizzare un qualsiasi volume con una precisione arbitraria, a patto che se ne utilizzi un numero sufficiente, come si evince dalla figura 5.

La formula per il calcolo della componente z del campo gravitazionale nell'origine del sistema di riferimento cartesiano, nel quale è posizionato un prisma a base rettangolare di densità uniforme con dimensioni identificate dall'insieme E_n : $\{x_{n0} \leq x \leq x_{n1}, y_{n0} \leq y \leq y_{n1}, z_{n0} \leq z \leq z_{n1}\}$ è la seguente:

$$g_n(0,0,0) = G\rho \iiint_{E_n} \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx dy dz$$

dove ρ rappresenta la densità del prisma e G la costante di gravitazione universale. Quindi per N prismi avremo:

$$g_{tot}(0,0,0) = \sum_{n=1}^N g_n(0,0,0)$$

dove g_{tot} rappresenta il valore totale dell'anomalia gravitazionale nell'origine e g_n il contributo dell'ennesimo prisma calcolato con la formula vista prima, sempre nell'origine.

Nel caso del presente lavoro si è deciso di eseguire due approssimazioni distinte del volume della cavità, una per difetto e l'altra per eccesso, a causa della scarsa definizione della morfologia della cavità. In questa maniera è possibile definire l'intervallo entro il quale aspettarsi i valori sperimentali. Una volta che sarà noto l'interno della cavità da un rilievo ad alta risoluzione di tipo laser-scan, si potrà procedere ad una modellazione univoca del campo di gravità generato.

Il criterio adottato è illustrato nella figura 6 e consiste nel confrontare le dimensioni spaziali della caverna in concomitanza a due punti di rilievo adiacenti, nei quali si è misurata l'altezza e la dimensione orizzontale della grotta. Come

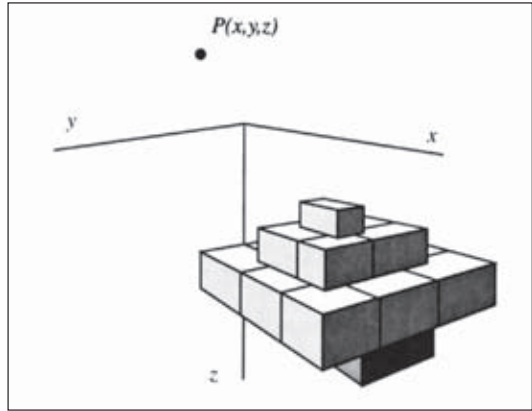


Fig. 5: Approssimazione a prismi di un volume arbitrario tridimensionale

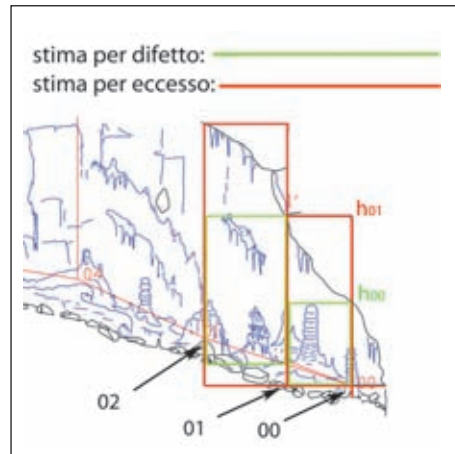


Fig. 6: Schema di approssimazione del volume della grotta Impossibile, h_{00} e h_{01} indicano rispettivamente l'altezza delle stazioni indicate con 00 e 01. 02 è una ulteriore stazione.

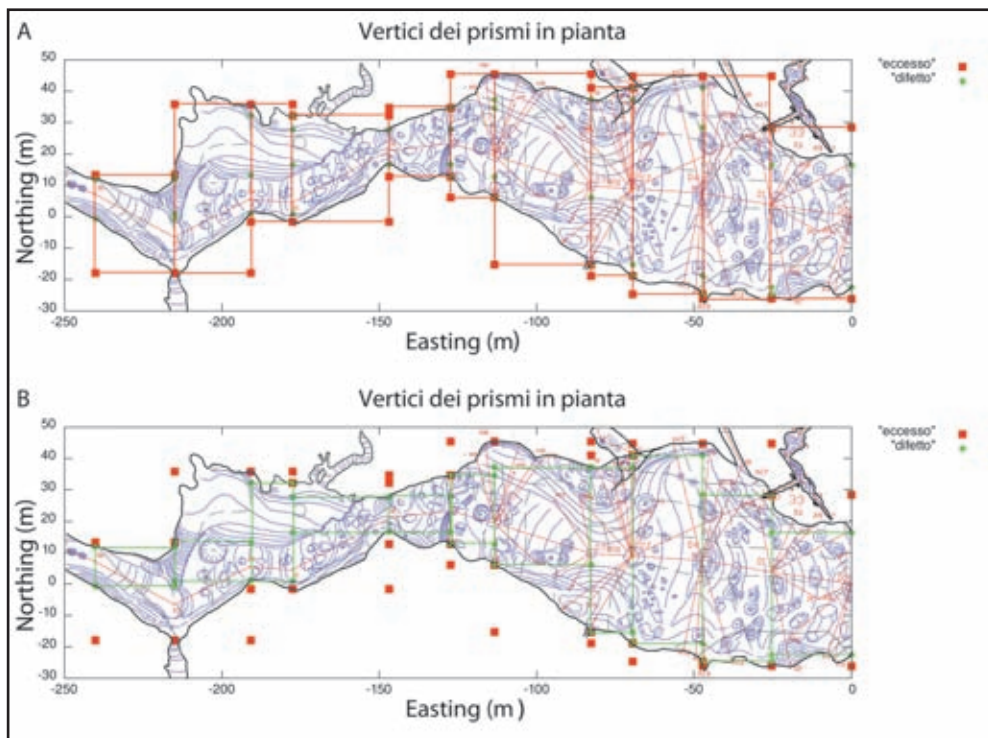


Fig. 7: Vertici sovrainpressi alla pianta della Caverna Finocchiaro, in rosso sono rappresentati i vertici dei prismi utilizzati nell'approssimazione per eccesso (A), mentre in verde quelli per difetto (B).

vediamo dall'immagine i parallelepipedi verdi rappresentano la stima per difetto e sono stati creati utilizzando come altezza la più bassa delle altezze fra due stazioni adiacenti, mentre quelli rossi prendendo la più alta. Questa operazione è stata fatta sia per la sezione orizzontale, che la sezione verticale, e ha permesso di discretizzare la Caverna Finocchiaro in 11 parallelepipedi. Nella figura 7 è possibile vedere i vertici dei prismi utilizzati nelle simulazioni sovrainpressi alla pianta della caverna Finocchiaro, rispettivamente nel caso della discretizzazione per eccesso e per difetto.

Come è possibile notare tutti i punti verdi, rappresentanti la stima per difetto, sono contenuti all'interno della pianta della caverna mentre quelli rossi all'esterno, il che conferma la bontà del metodo adottato nel discretizzare il volume della cavità.

Il sistema di riferimento cartesiano pone l'origine nella stazione 00.

Una volta ottenute le due stime del volume della cavità si è provveduto a prenderne i vertici per poter effettuare le simulazioni con il programma Tesseroids [4], che riceve in input i vertici dei prismi e il contrasto di densità tra la sorgente dell'anomalia e ed il modello crostale di riferimento, e restituisce in output il segnale stimato dell'anomalia in un punto predeterminato.

Per quanto riguarda il contrasto di densità, considerata la natura calcarea delle rocce carsiche, si è fatto uso dello stesso valore misurato nel già citato articolo inerente le misure gravimetriche della Grotta Gigante [2] pari a $2680 \pm 20 \text{ kg/m}^3$

I valori che possono essere simulati comprendono tutte le componenti del vettore gravità, il potenziale gravitazionale ed i gradienti gravitazionali, ma ai fini di questo lavoro di tesi si è provveduto a calcolare solamente la componente lungo l'asse z dell'accelerazione gravitazionale, che si avvicina molto al valore effettivo che si andrà a misurare.

I risultati delle simulazioni sono rappresentati nelle figure 8 e 9, la prima rappresentante il limite superiore dell'anomalia data dalla stima per eccesso del volume, la seconda il limite inferiore data dalla stima per difetto.

Entrambe sono state realizzate utilizzando la possibilità che offre Tesseroids di simulare il campo gravitazionale di un certo numero di prismi su una griglia di punti ad una quota scelta dall'utente. L'altezza scelta è pari a 124m, ovvero l'altezza media del terreno rispetto alla stazione 00 nei pressi della grotta. Questa scelta è giustificata dal fatto che il terreno sovrastante la cavità è pianeggiante, il che ci permette di avere una buona stima dell'anomalia reale che si andrà a misurare. Un calcolo più realistico sceglierebbe come quota quella del piano campagna deducibile dal modello digitale del terreno.

Le anomalie risultano essere sia in estensione spaziale che in valore assoluto circa una il doppio dell'altra, con un valore minimo dell'anomalia dell'ordine di $-1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$, dello stesso ordine di grandezza di quello della Grotta Gigante [2], il che è un indice della bontà della simulazione viste le dimensioni confrontabili tra le due grotte.

Campagna di misura

Per impostare la campagna di misura si è fatto uso della cartografia IRDAT (Infrastruttura Regionale dei Dati Ambientali e Territoriali) [7] e delle simulazioni. Innanzitutto si sono studiate le caratteristiche fisiche del terreno sovrastante la cavità. In figura 10 è rappresentata

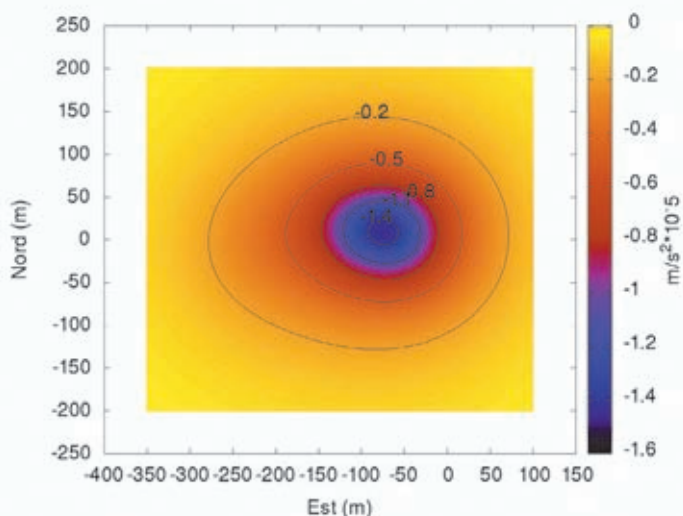


Fig. 8: Stima per eccesso dell'anomalia con sistema di riferimento tale per cui il punto (0,0) corrisponde alla stazione 00.

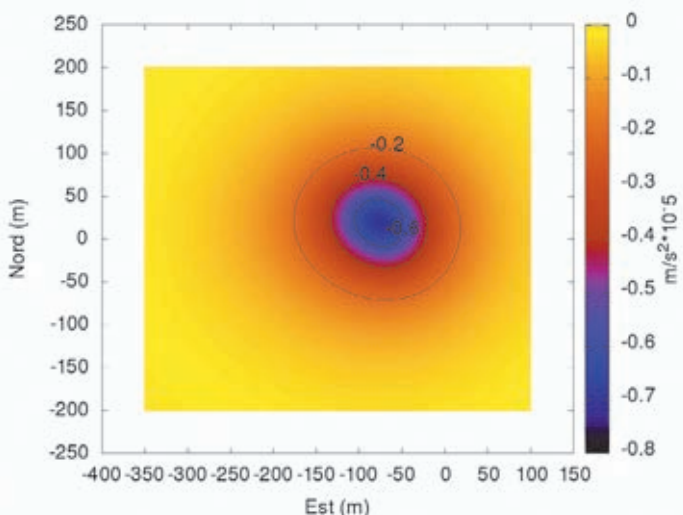


Fig. 9: Stima per difetto dell'anomalia con sistema di riferimento tale per cui il punto (0,0) corrisponde alla stazione 00.

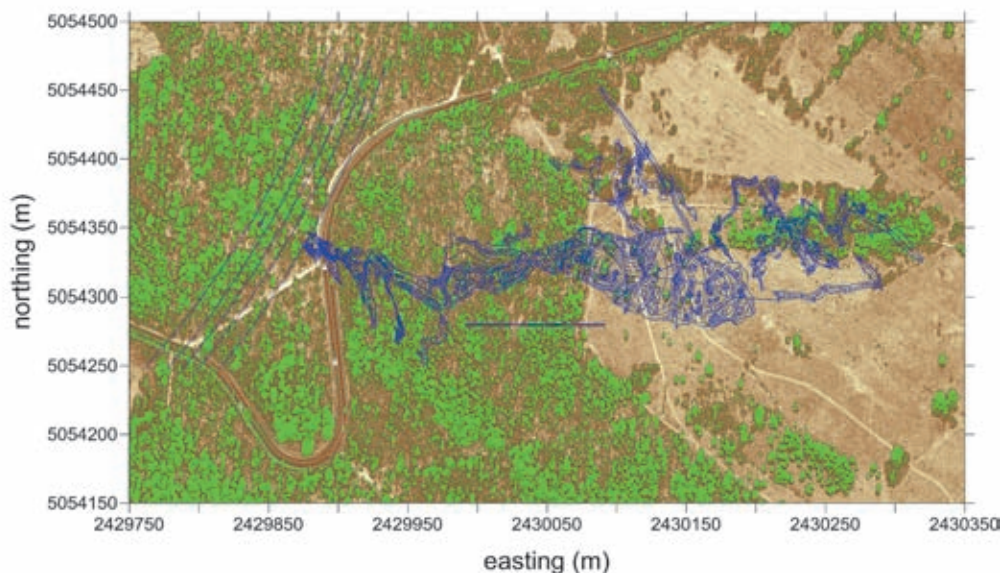


Fig. 10: Ortofoto [8] della zona di interesse con sovrainpressa, in blu, la pianta orizzontale della cavità, in verde sono rappresentati gli alberi, in marrone il terreno e in bianco i sentieri.

la pianta orizzontale della cavità sovrainpressa alla cartina fisica, dalla quale constatiamo il fatto che circa metà della zona di interesse è coperta da una fitta vegetazione, indicata dal colore verde, mentre il resto è un tratto pianeggiante attraversato da molteplici sentieri in concomitanza alla cavità stessa. Ciò ci porta a dover escludere tutta la zona boschiva per quanto riguarda le misurazioni con sistema GPS in quanto la presenza di alberi e altri oggetti non permette di ottenere la precisione richiesta, dell'ordine del centimetro. In figura 11 è invece possibile vedere la topografia della zona, ottenuta a partire dai dati LIDAR (Light Detection

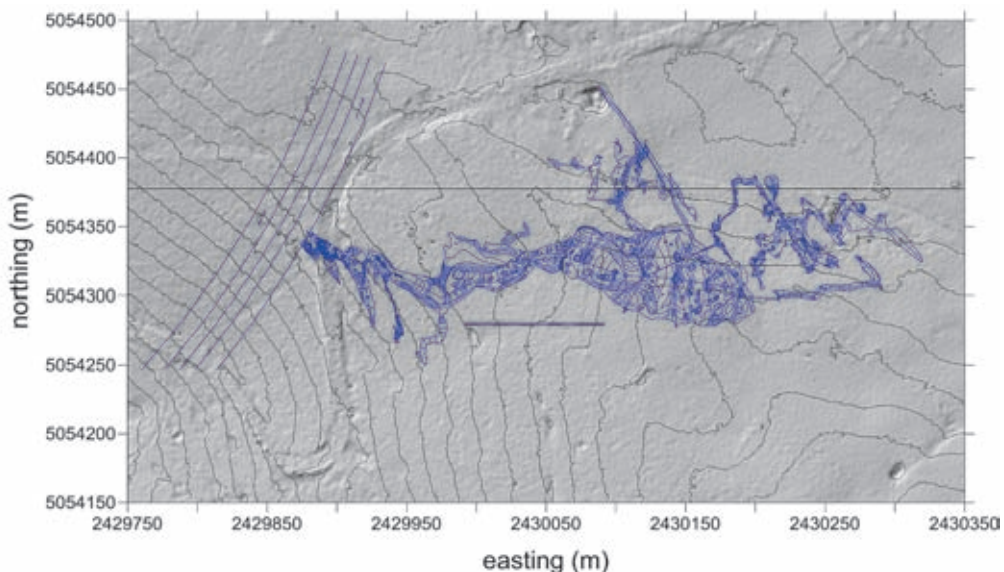


Fig. 11: Topografia della zona di interesse con isoipse di 1m, ottenuta a partire dai rilievi LIDAR (Light Detection and Ranging)[8].

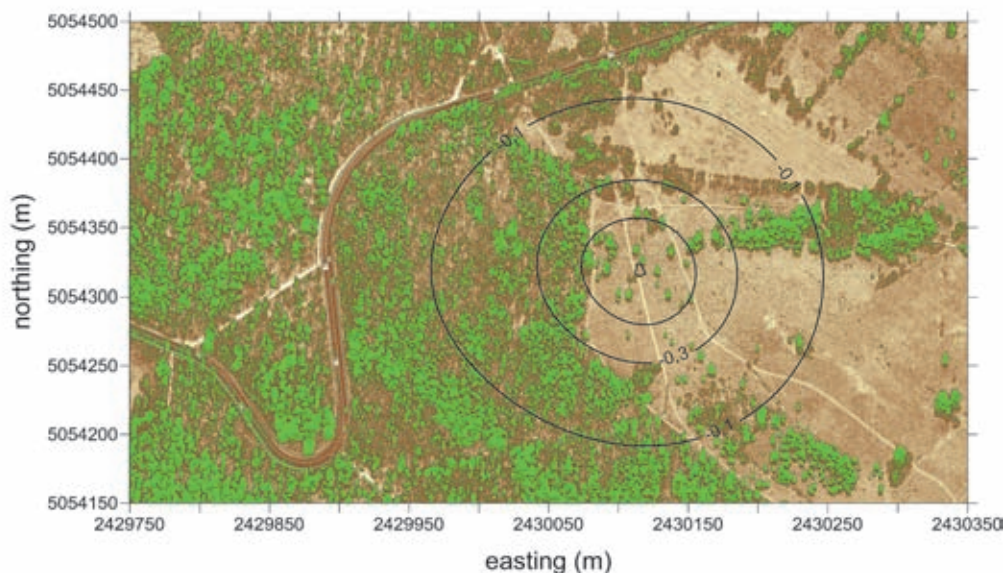


Fig. 12: Stima per difetto dell'anomalia sovrainpressa alla ortofoto, le isoanomalie sono espresse in unità di 10^{-5} m/s^2

and Ranging) [7], che risulta essere in buona approssimazione pianeggiante con una differenza di quota massima sull'asse est-ovest pari a 6m per una distanza di 200m. L'uso congiunto di simulazioni e cartografia ha invece permesso di stimare la superficie sulla quale effettuare le misure, coincidente a quella delineata dai tre sentieri nel tratto erboso in direzione sud e dal sentiero in direzione ovest, indicati nelle figure 12 e 13 con le linee bianche. Come accennato prima, le misure di posizione sono state eseguite utilizzando il sistema di rilevamento della posizione Leica GPS1200+ [9].

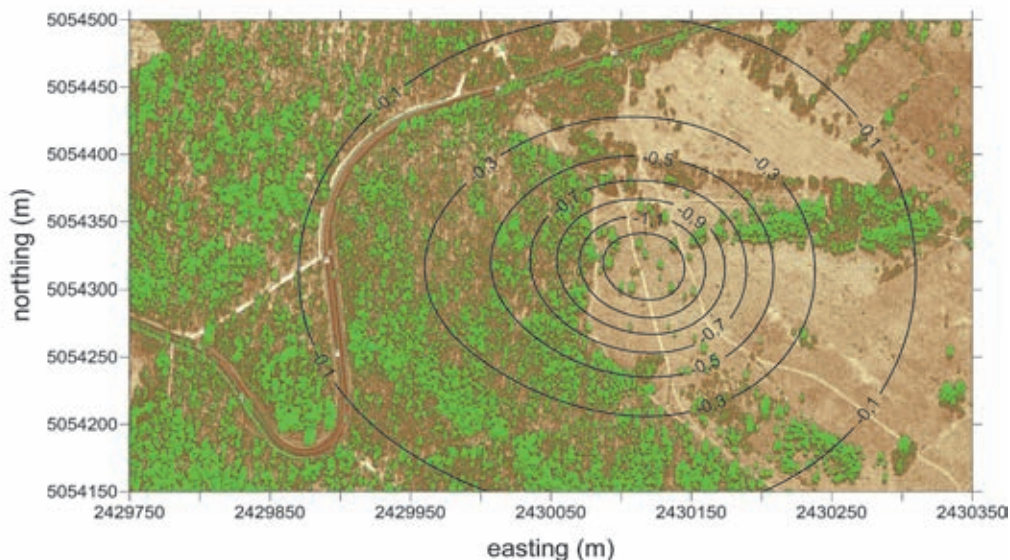


Fig. 13: Stima per eccesso dell'anomalia sovrainpressa alla ortofoto, le isoanomalie sono espresse in unità di 10^{-5} m/s^2

stazione	data	latitudine	longitudine	Quota (m)	σ(m)
C00	11/12/2015	45° 38' 12.44096 N	13° 50' 46.36028 E	415.651	0.004
3		45° 38' 12.52491 N	13° 50' 50.10076 E	413.985	0.002
4		45° 38' 11.41145 N	13° 50' 49.12404 E	417.093	0.003
C1		45° 38' 12.54973 N	13° 50' 47.25090 E	414.322	0.003
17	15/12/2015	45° 38' 10.25201 N	13° 50' 48.05430 E	419.519	0.004
18		45° 38' 09.74252 N	13° 50' 48.26632 E	419.959	0.003
19		45° 38' 09.08793 N	13° 50' 48.47784 E	420.068	0.003
20		45° 38' 08.05686 N	13° 50' 48.89426 E	420.139	0.003
21		45° 38' 08.51978 N	13° 50' 48.77871 E	419.894	0.003
22		45° 38' 12.54907 N	13° 50' 48.48255 E	414.223	0.003
23		45° 38' 11.81013 N	13° 50' 48.90031 E	416.173	0.005
24		45° 38' 10.81617 N	13° 50' 49.38460 E	418.695	0.003
25		45° 38' 10.10265 N	13° 50' 49.78018 E	420.956	0.003
27		45° 38' 09.23663 N	13° 50' 50.63386 E	422.035	0.003
28		45° 38' 08.65487 N	13° 50' 52.03563 E	422.475	0.003
29		45° 38' 11.08091 N	13° 50' 48.45817 E	418.175	0.003
30		45° 38' 10.86921 N	13° 50' 47.16501 E	418.083	0.004
31		45° 38' 10.69756 N	13° 50' 46.69648 E	417.535	0.005
32		45° 38' 11.19652 N	13° 50' 50.09223 E	417.482	0.003
C-2	24/02/2016	45° 38' 12.55711 N	13° 50' 46.90222 E	414.708	0.004
C-1		45° 38' 12.59828 N	13° 50' 46.62870 E	414.968	0.004
F01		45° 38' 12.21740 N	13° 50' 46.26913 E	415.972	0.004
F08		45° 38' 10.62215 N	13° 50' 46.32099 E	416.846	0.005
F10		45° 38' 10.29113 N	13° 50' 46.26720 E	416.792	0.004
F12		45° 38' 09.85076 N	13° 50' 46.15464 E	416.923	0.006
F16		45° 38' 09.14367 N	13° 50' 46.40233 E	417.659	0.003
F17		45° 38' 08.97583 N	13° 50' 46.56559 E	418.131	0.004
F18		45° 38' 08.77911 N	13° 50' 46.74003 E	418.420	0.003
F19		45° 38' 08.58769 N	13° 50' 46.94401 E	418.732	0.004
F21		45° 38' 08.35735 N	13° 50' 47.24403 E	419.252	0.003
F22		45° 38' 08.19812 N	13° 50' 47.50283 E	419.626	0.004
F25		45° 38' 07.76247 N	13° 50' 48.25017 E	420.838	0.004
F26		45° 38' 07.60313 N	13° 50' 48.50910 E	420.988	0.003
F27		45° 38' 07.45046 N	13° 50' 48.79073 E	421.234	0.004
F28		45° 38' 07.32132 N	13° 50' 49.06368 E	421.391	0.002
F29		45° 38' 07.17388 N	13° 50' 49.38605 E	421.632	0.003
D29	02/03/2016	45° 38' 12.44006 N	13° 50' 47.21679 E	414.511	0.003
D27		45° 38' 12.24217 N	13° 50' 47.29368 E	414.824	0.005
D26		45° 38' 12.14760 N	13° 50' 47.33036 E	415.031	0.003
D24		45° 38' 11.85205 N	13° 50' 47.41706 E	415.786	0.003
D26		45° 38' 12.14760 N	13° 50' 47.33036 E	415.031	0.003
D23		45° 38' 11.63541 N	13° 50' 47.47050 E	416.489	0.003
D22		45° 38' 11.45591 N	13° 50' 47.52799 E	417.092	0.004
D21		45° 38' 11.31516 N	13° 50' 47.56930 E	417.570	0.005
D23		45° 38' 11.63541 N	13° 50' 47.47050 E	416.489	0.003
D19		45° 38' 10.93434 N	13° 50' 47.74424 E	418.576	0.003
D18		45° 38' 10.82578 N	13° 50' 47.80956 E	418.875	0.004
D17		45° 38' 10.64845 N	13° 50' 47.89580 E	419.101	0.003
D16		45° 38' 10.43961 N	13° 50' 47.97040 E	419.345	0.004
D18		45° 38' 10.82578 N	13° 50' 47.80956 E	418.875	0.004
D15		45° 38' 10.25114 N	13° 50' 48.05302 E	419.542	0.004
D14		45° 38' 10.08839 N	13° 50' 48.12237 E	419.737	0.003
F29	04/03/2016	45° 38' 07.17388 N	13° 50' 49.38605 E	421.632	0.003
F28		45° 38' 07.32132 N	13° 50' 49.06368 E	421.391	0.002
D16		45° 38' 10.43961 N	13° 50' 47.97040 E	419.345	0.004
D19		45° 38' 10.93434 N	13° 50' 47.74424 E	418.576	0.003
D22		45° 38' 11.45591 N	13° 50' 47.52799 E	417.092	0.004
E1		45° 38' 12.32998 N	13° 50' 48.55511 E	414.796	0.004
E2		45° 38' 12.18087 N	13° 50' 48.69657 E	415.162	0.005
E3		45° 38' 12.00515 N	13° 50' 48.78619 E	415.618	0.007
E4		45° 38' 11.81268 N	13° 50' 48.90364 E	416.151	0.005
E5		45° 38' 11.61318 N	13° 50' 49.00685 E	416.704	0.002
E6		45° 38' 11.41414 N	13° 50' 49.13190 E	417.102	0.004
S2		45° 38' 11.09092 N	13° 50' 48.53661 E	418.131	0.001
S3		45° 38' 11.17057 N	13° 50' 48.94884 E	417.794	0.003
T1		45° 38' 12.74124 N	13° 50' 47.09395 E	414.201	0.006
T2		45° 38' 12.94326 N	13° 50' 46.96538 E	413.850	0.004
T3		45° 38' 13.08849 N	13° 50' 46.75087 E	413.607	0.004
T1		45° 38' 12.74124 N	13° 50' 47.09395 E	414.201	0.006
T4		45° 38' 13.13296 N	13° 50' 46.44341 E	413.687	0.003
T4		45° 38' 13.13296 N	13° 50' 46.44341 E	413.687	0.003
G1		45° 38' 12.71007 N	13° 50' 48.40214 E	414.012	0.004
G4		45° 38' 13.23582 N	13° 50' 47.86639 E	413.189	0.009
G8		45° 38' 14.12982 N	13° 50' 47.51241 E	412.916	0.003
G10		45° 38' 14.52192 N	13° 50' 47.29786 E	412.795	0.005

Tab. 2: Misure di posizione, le coordinate sono WGS84 (World Geodetic System 84). La quota è ellissoidica.

Il sistema di rilevamento della posizione è costituito da una antenna GNSS (Global Navigation Satellite System) e da un computer ad essa collegato. Le misure GNSS sono state eseguite campionando il segnale satellitare ogni 15 secondi per una durata pari a 5 o 10 minuti, a seconda della presenza o meno di ostacoli nei pressi dell'antenna GNSS. Queste impostazioni sono state scelte sulla base delle esperienze pregresse nell'ambito delle indagini gravimetriche del prof. Giorgio Poretti e sono frutto del compromesso tra tempo di acquisizione e precisione; infatti l'errore nominale sulla quota raggiunta con questo sistema è inferiore al centimetro.

La misura consiste nel posizionare l'antenna sul punto del quale si vuole misurare la posizione, facendo attenzione a non inclinare l'antenna rispetto alla verticale e a far partire la misurazione dal terminale.

Questa operazione viene ripetuta per ogni punto curandosi di non schermare il segnale con il proprio corpo. Per ottenere la precisione sulla quota richiesta dalle misure gravimetriche in fase di elaborazione dei dati GPS, si utilizza la tecnica della misura GPS differenziale, che consiste nell'utilizzare i dati GPS di una postazione fissa, sufficientemente vicina, per correggere i disturbi e gli errori del segnale dovuti alla componente atmosferica. In particolare si è fatto uso dei dati disponibili sul sito della regione FVG provenienti dalla stazione fissa della sede di Trieste. Tutta l'analisi inerente i dati GPS è stata realizzata utilizzando il software LGO (Leica Geo Office).

Durante l'analisi dei dati si è visto che alcune misure pre-

sentavano un errore sulla quota superiore alla precisione richiesta, fatto che era dovuto alla presenza di alberi nei pressi dell'antenna.

L'errore nominale sulla quota definito dal software di elaborazione è dell'ordine del centimetro, calcolato come 3σ con σ pari alla deviazione standard dei dati campionati fornitaci da LGO. Nella tabella 2 sono elencate le coordinate e la quota di tutti i punti misurati, con la relativa deviazione standard.

I dati in tabella sono riportati anche nella figura 14.

Misurazioni gravimetriche

Come descritto sopra, le misurazioni gravimetriche sono state realizzate utilizzando un gravimetro Lacoste & Romberg G746. Lo strumento viene termalizzato a 52°C tramite una resistenza interna per evitare effetti dovuti alla dilatazione delle varie componenti al variare della temperatura esterna ed è isolato dall'esterno per non essere influenzato dalla variazione di pressione atmosferica o da campi elettromagnetici. La sensibilità strumentale di questo modello risulta essere pari a $0.005 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$.

Per effettuare una misura è necessario posizionare il gravimetro in bolla utilizzando le due livelle perpendicolari presenti sullo strumento. Lo strumento viene posizionato su un supporto metallico di forma concava, che permette una grossolana messa in bolla nonostante le irregolarità del terreno sottostante. La orizzontalizzazione dello strumento viene successivamente perfezionata agendo sulle quote dei piedi di supporto. Successivamente si sbloccano i meccanismi interni tramite l'apposita manopola e si fa ruotare il *nulling dial* fino a quando la lancetta sul quadrante di lettura non si posiziona sul punto di lettura. È importante far arrivare la lancetta al punto di lettura sempre dallo stesso lato per non alterare le misure con possibili errori dovuti alla meccanica dello strumento. A questo punto si annotano l'ora, il codice identificativo del punto di misura e il valore fornito dallo strumento. Si procede di punto in punto facendo attenzione a sollecitare il gravimetro il meno possibile per non alterare le misure successive. È importante la ripetizione di alcune misure nel corso della stessa giornata per poter successivamente calcolare la deriva strumentale. Un ulteriore elemento a cui fare attenzione è il vento, che a Trieste si presenta spesso sotto forma di Bora; in almeno una occasione infatti le misure sono state rese più difficoltose dalla sua presenza ed è stato necessario schermare lo strumento con il proprio corpo per poterle portare a termine.

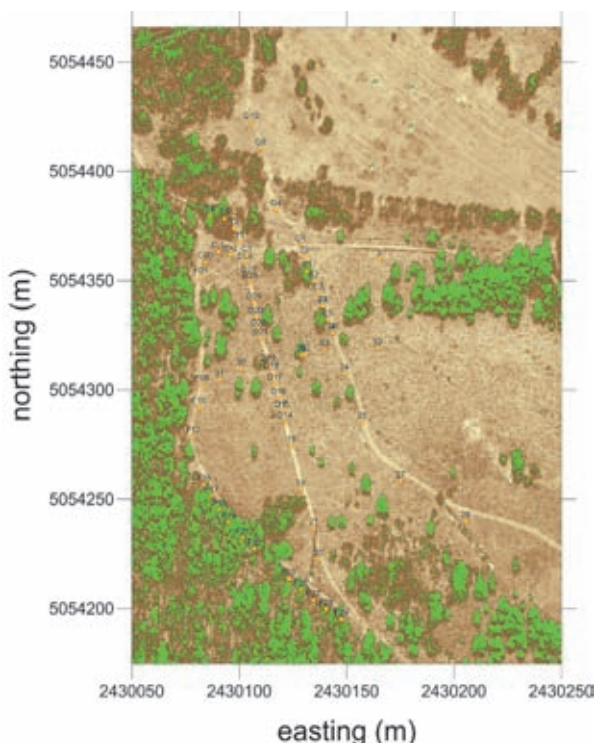


Fig. 14: Posizione dei punti nei quali è stata effettuata una misura di gravità; è possibile notare come si siano seguiti i sentieri per tracciare tre profili della cavità. Le coordinate GPS risultano essere leggermente traslate in direzione sud rispetto alla CTR, ciò è probabilmente dovuto a un errore di rappresentazione introdotto dal fatto che sono stati utilizzati algoritmi differenti nel trasformare le coordinate, in ogni caso ai fini del presente lavoro di tesi ciò non costituisce un problema.

stazione	data	ora locale	lettura	$g_{\text{obs}} (\text{d}10^{-5} \text{ m/s}^2)$	$g_{\text{elab}} (\text{d}10^{-5} \text{ m/s}^2)$
C00	11/12/15	13:27	3999.58	4131.57	-0.525
3		14:31	4000.25	4132.26	-0.22
4		14:56	3999.31	4131.29	-0.579
C1		15:19	3999.88	4131.88	-0.578
C00		15:32	3999.69	4131.68	-0.525
C00	15/12/2015	13:31	3999.72	4131.71	-0.525
C1		13:36	4000.09	4132.09	-0.527
17		14:03	3998.81	4130.77	-0.714
18		14:09	3998.81	4130.77	-0.615
19		14:16	3998.88	4130.84	-0.504
20		14:38	3998.85	4130.81	-0.497
21		14:44	3998.94	4130.91	-0.464
C1		14:55	4000.00	4132.00	-0.528
22		14:59	4000.14	4132.14	-0.433
23		15:06	3999.62	4131.61	-0.572
24		15:10	3999.52	4131.50	-0.693
24		15:15	3999.03	4131.00	-0.666
25		15:20	3998.66	4130.62	-0.59
27		15:30	3998.60	4130.55	-0.42
28		15:36	3998.63	4130.58	-0.291
29		15:49	3999.05	4131.02	-0.759
C00		15:59	3999.82	4131.81	-0.525
30		16:10	3999.03	4131.00	-0.796
31		16:18	3999.24	4131.21	-0.684
32		16:29	3999.47	4131.45	-0.472
C00		16:39	3999.82	4131.81	-0.525
C1		16:48	4000.01	4132.01	-0.528
C1	24/02/2016	12:54	3997.40	4129.31	-0.522
C-2		13:06	3997.26	4129.17	-0.394
C-1		13:15	3997.24	4129.15	-0.568
C00		13:20	3997.15	4129.06	-0.541
F01		13:24	3997.07	4128.97	-0.675
F08		13:57	3996.75	4128.64	-0.63
F10		14:06	3996.80	4128.69	-0.535
F12		14:13	3996.86	4128.76	-0.464
F16		14:26	3996.78	4128.67	-0.526
F17		14:31	3996.63	4128.52	-0.475
F18		14:33	3996.62	4128.51	-0.516
F19		14:37	3996.52	4128.41	-0.496
F21		14:45	3996.44	4128.32	-0.545
F22		14:48	3996.32	4128.20	-0.546
F25		15:04	3996.09	4127.96	-0.557
F26		15:07	3996.05	4127.92	-0.507
F27		15:10	3996.05	4127.92	-0.456
F28		15:15	3996.07	4127.94	-0.458
F29		15:17	3996.02	4127.89	-0.525
C00		15:41	3997.23	4129.14	-0.525
C1	02/03/16	12:44	3997.17	4129.08	-0.548
D29		12:48	3997.10	4129.00	-0.52
D27		12:56	3996.97	4128.87	-0.573
C1		12:59	3997.04	4128.94	-0.548
D26		13:02	3996.80	4128.69	-0.654
D24		13:08	3996.66	4128.55	-0.673
D26		13:13	3996.86	4128.76	-0.654
D23		13:16	3996.45	4128.33	-0.713
D22		13:20	3996.32	4128.20	-0.738
D21		13:23	3996.19	4128.06	-0.77
D23		13:27	3996.47	4128.35	-0.713
D19		13:37	3995.98	4127.85	-0.755
D18		13:45	3995.92	4127.79	-0.728
D17		13:47	3995.87	4127.73	-0.74
D16		13:50	3995.85	4127.71	-0.702
D18		13:54	3995.93	4127.80	-0.728
D15		13:57	3995.84	4127.70	-0.657
D14		14:02	3995.83	4127.69	-0.616
C1	04/03/16	11:08	3996.98	4128.88	-0.549
C00		11:11	3996.77	4128.66	-0.525
F29		12:10	3995.65	4127.51	-0.393
F28		12:14	3995.68	4127.54	-0.415
D16		12:21	3995.80	4127.66	-0.772
D19		12:26	3995.94	4127.81	-0.793
D22		12:29	3996.36	4128.24	-0.663
C1		12:34	3997.00	4128.90	-0.549
C00		12:37	3996.74	4128.63	-0.525
E1		12:52	3997.04	4128.94	-0.442
E2		12:54	3996.92	4128.82	-0.491
E3		12:58	3996.81	4128.70	-0.514
E4		13:02	3996.62	4128.51	-0.603
E5		13:06	3996.54	4128.43	-0.575
E6		13:09	3996.43	4128.31	-0.608
C00		13:19	3996.85	4128.75	-0.525
"C-1"		13:23	3996.95	4128.85	-0.523
S2		14:03	3996.16	4128.03	-0.7
S3		14:06	3996.25	4128.13	-0.675
C1		14:12	3997.09	4128.99	-0.549
T1		14:17	3997.30	4129.11	-0.46
T2		14:23	3997.30	4129.21	-0.41
T3		14:26	3997.38	4129.29	-0.379
T1		14:29	3997.16	4129.07	-0.46
T4		14:33	3997.44	4129.36	-0.327
T4		14:52	3997.40	4129.31	-0.327
G1		15:09	3997.26	4129.17	-0.424
G4		15:17	3997.49	4129.41	-0.362
G8		15:40	3997.70	4129.62	-0.225
G10		15:45	3997.77	4129.70	-0.187
C1		15:53	3997.08	4128.98	-0.549
"C-2"		16:00	3997.04	4128.94	-0.52
C00		16:03	3996.85	4128.75	-0.525

Tabella 3: Misure gravimetriche

I valori registrati sul campo nella fase di elaborazione dei dati devono essere moltiplicati per un coefficiente strumentale, diverso per ogni gravimetro, che trasforma i valori di lettura nell'unità del campo gravitazionale, che nel nostro è pari a $1.033 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$, preso dalla documentazione fornita dalla ditta costruttrice. L'errore sulla misura può essere stimato come $(3\sigma \cdot 0.3 + 0.005) \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ dove la σ indica la deviazione standard dei dati in quota visti prima, in questo modo si vede immediatamente che l'errore strumentale, approssimato alla prima cifra significativa, risulta essere di $0.01 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ su tutte le misure gravimetriche.

Nella tabella 3 si possono vedere tutti i dati raccolti, con g_{obs} uguale al valore della lettura strumentale moltiplicato per il coefficiente strumentale e g_{elab} pari al valore elaborato con le metodologie descritte nel paragrafo "elaborazione dei dati congiunti".

Elaborazione dei dati

Lo scopo dell'elaborazione dei dati è di eliminare dal valore di gravità misurato tutte le componenti non dovute alla presenza della cavità, avremo infatti che:

Valore misurato = anomalia dovuta alla grotta ($< 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$)

+ attrazione e rotazione dell'ellissoide di riferimento ($\approx 9.8 \text{ m/s}^2$)

+ effetto dovuto alla quota (free air) ($-0.3 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ per metro)

+ effetto dovuto alla topografia ($+0.112 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$) (Bouguer)

+ effetto dovuto alla marea terrestre ($< 0.3 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$)

+ deriva dello strumento ($< 0.1 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$)

Come possiamo vedere il valore dovuto alla presenza dell'intera massa terrestre (attrazione dell'ellissoide di riferimento), è di gran lunga molto maggiore delle altre componenti. Esso viene calcolato analiticamente, nel nostro caso considerando il WGS84 (World Geodetic System 1984).

Gli effetti dovuti alla quota e alla marea terrestre sono anch'essi calcolabili analiticamente, questi ultimi mediante lo sviluppo in armoniche di marea [12] e i primi tramite

$g_{fa} = -0.3086 \cdot 10^{-5} \cdot h \text{ m/s}^2$ dove h indica la quota [11]. La deriva strumentale viene stimata dalle misure stesse, avendo avuto cura di rilevare alcune stazioni più volte nel corso della giornata di misura per calcolarne l'andamento per poi sottrarlo. La deriva strumentale è tipica dei gravimetri ed è dovuta alla molla interna dello strumento. Questi tre contributi vengono calcolati tramite il software Dbgrav [5] utilizzando le posizioni e le quote determinate con il GPS, il valore di gravità misurato, la data e l'ora nella quale la misura stessa è stata presa, ed un modello digitale del terreno.

Anomalia rilevata

Una volta noti i valori di gravità relativi all'anomalia generata dalla grotta si è provveduto a importarli in un software di visualizzazione, per il quale si è scelto il programma Surfer della Golden Software. I risultati sono presentati nella figura 15. Come è possibile vedere, si distingue chiaramente il minimo del campo gravitazionale sovrastante la cavità, pari a circa $-0.8 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$, è inoltre visibile una distorsione delle isoanomalie in direzione sud.

Confronto tra valori sperimentali e valori simulati

In figura 16 è possibile confrontare l'anomalia misurata con l'interpolazione delle simulazioni utilizzando non più una griglia, bensì i punti misurati con il GPS. È evidente come il minimo dell'anomalia misurata coincida spazialmente con i minimi simulati, risultando leggermente spostato verso sud. Ciò è una prima conferma della bontà del lavoro svolto sia nella campagna di misura che nella discretizzazione della cavità. In fig. 17 è rappresentata quella che può essere definita la sintesi di questo lavoro. Abbiamo in ascissa le stazioni e in ordinata il valore dell'anomalia gravitazionale.

La linea arancione rappresenta i valori simulati approssimando il volume per eccesso, quella blu approssimandolo per difetto e i punti gialli i valori sperimentali. Idealmente questi ultimi dovrebbero essere compresi tra le prime due nel caso in cui si sia tenuto conto di tutte le componenti dell'anomalia gravitazionale nel fare le simulazioni e nell'elaborare i dati. Quello che possiamo osservare è che i valori misurati per la quasi totalità dei punti cadono all'interno di questo intervallo, con una buona corrispondenza con la stima per difetto.

Abbiamo tuttavia un set di misure corrispondenti alle stazioni F22-F29 non compatibili neanche con la stima per eccesso, tutte posizionate a sud rispetto alla cavità, come già visto nella fig. 15.

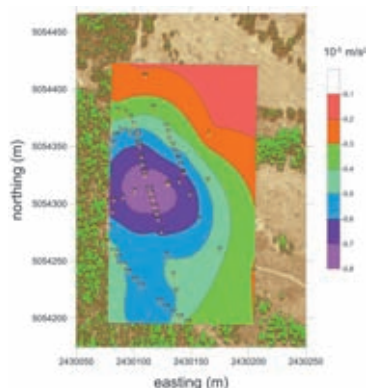


Fig. 15: Anomalia di gravità ricostruita interpolando i valori misurati nei punti indicati.

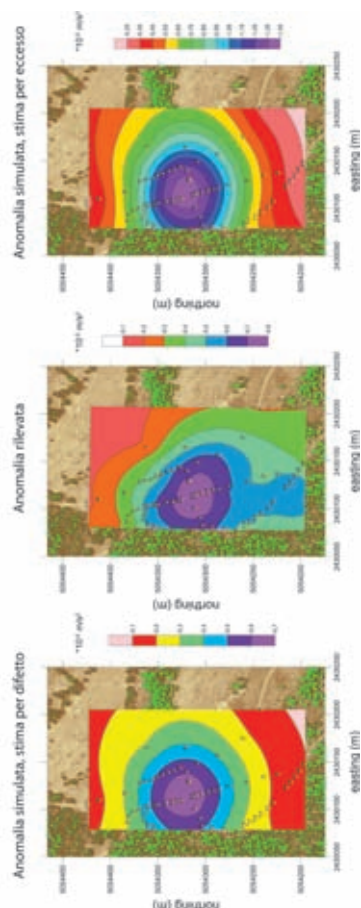


Fig. 16: Confronto tra le anomalie simulate e l'anomalia misurata sperimentalmente.

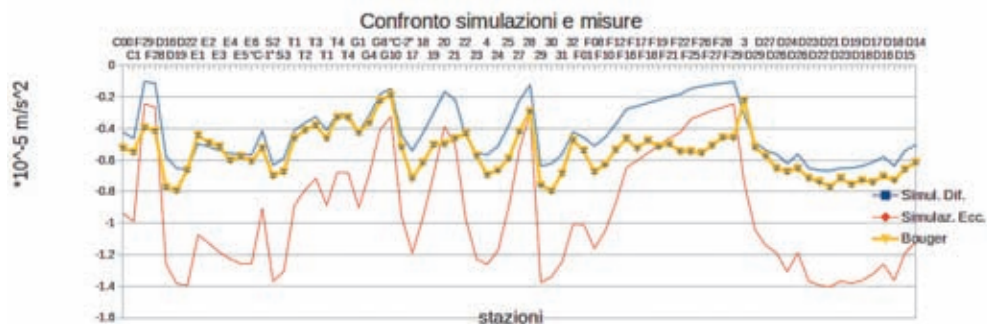


Fig. 17: Confronto tra valori simulati e valori osservati, la linea blu rappresenta la stima per eccesso mentre l'arancione quella per difetto. I punti gialli rappresentano i valori sperimentali.

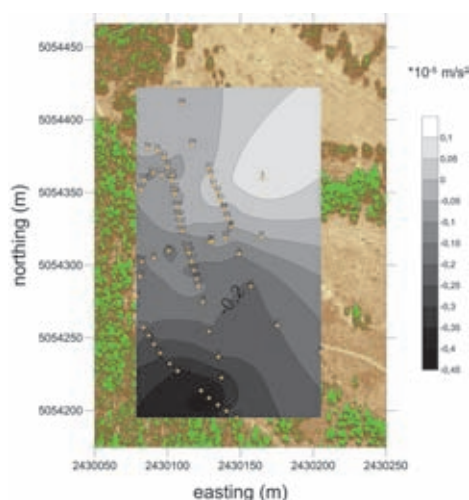


Fig. 18: Gradiente nella gravità locale graficato utilizzando i residui tra valori simulati e misure osservate. In giallo vediamo sovrappresse le stazioni.

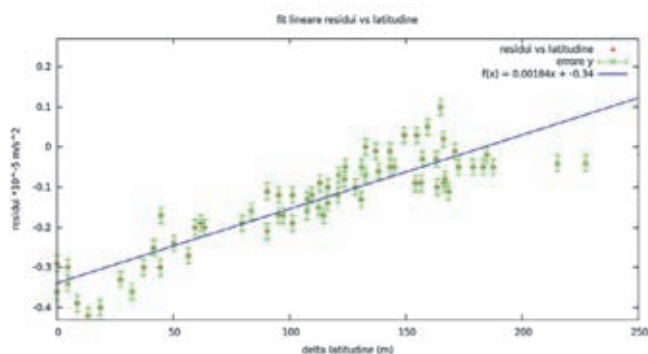


Fig. 19: Fit lineare dei residui in funzione della differenza di coordinata piana nord dalla stazione F29, la più a sud.

Analisi dei residui

Il fatto che il minimo sia leggermente spostato verso sud e che ci sia questa discrepanza tra valori simulati e misurati sempre sullo stesso asse ci fa intuire la possibilità che nella zona di interesse sia presente un gradiente gravitazionale. Per testare questa ipotesi si è deciso di studiare le differenze tra i valori misurati e quelli simulati, ovvero i residui. Inoltre, visto il migliore accordo tra dati sperimentali e simulazione per difetto si è deciso di calcolare i residui rispetto a quest'ultima. I risultati di questa operazione sono presentanti in fig. 18 e confermano la nostra ipotesi.

I residui infatti, invece che avere valori superiori in un'unica zona, come ci aspetteremmo nel caso in cui ci fosse una cavità non ancora prevista, o disporsi in maniera casuale sulla mappa nel caso di errori statistici, seguono un trend prevalentemente allineato nella direzione Nord-Sud.

Andando a graficare i residui in funzione della latitudine, come in figura 19, e definendo una regressione lineare, otteniamo un valore del gradiente pari a $0.00184 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ per metro, crescente in direzione nord. Si noti che se si è scelto come errore sui residui un valore pari a $0.02 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$, questo per tener meglio conto del fatto che la simulazione per

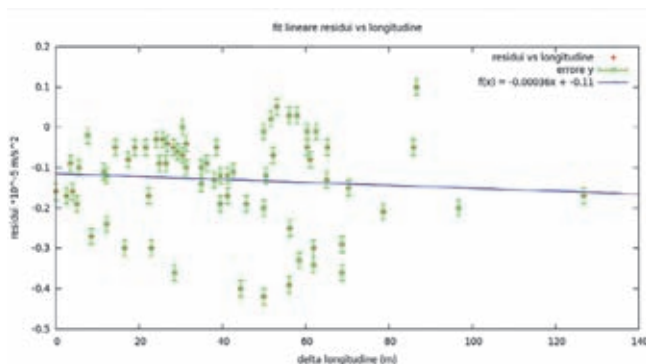


Fig. 20: Fit lineare dei residui in funzione della differenza di coordinata piana est dalla stazione F12, la più a ovest.

difetto rappresenta una stima non troppo precisa della reale geometria della cavità. Ripetendo la stessa operazione per la longitudine vediamo che non sembra esservi correlazione, vedasi a tal proposito la figura 20.

Eliminazione del gradiente

Preso atto dell'esistenza del gradiente verso nord si è reso necessario ricalcolare l'anomalia per eliminare il suo contributo. A questo scopo si è sottratto all'anomalia di Bouguer un trend lineare pari a $0.00184 \cdot \Delta \text{Lat} \cdot 10^{-5} \text{ 1/s}^2$ con ΔLat pari alla differenza di coordinata piana nord tra la stazione di riferimento, la F29, e le restanti.

Dalla figura 21 ci rendiamo conto che tale operazione rende l'anomalia molto più simile a quella simulata, con il minimo ben localizzato rispetto a quest'ultima. In figura 22 vediamo i nuovi residui, che evidenziano come sottraendo il gradiente, l'accordo fra dati sperimentali e simulazioni aumenti. Sembra intravedersi la componente longitudinale del gradiente non eliminata, tuttavia il suo contributo risulta essere di un ordine di grandezza inferiore a quello lungo la latitudine quindi non si ritiene necessario calcolarlo.

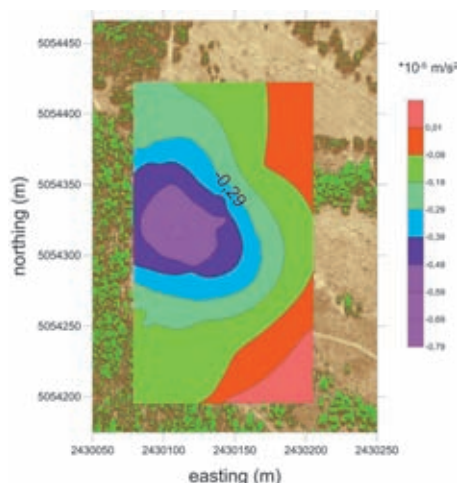


Fig. 21: Anomalia ricalcolata eliminando il gradiente. Si noti come ora il minimo risulti ben localizzato.

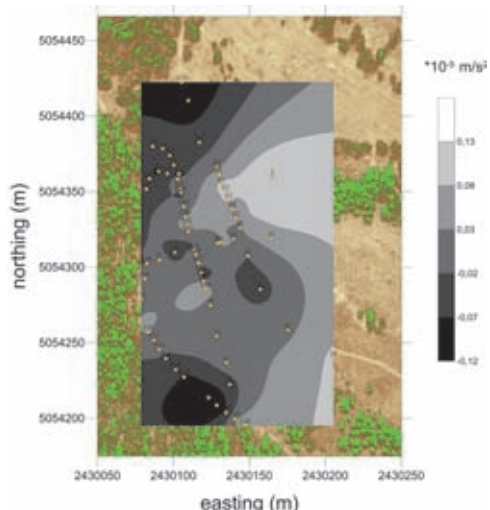


Fig. 22: Residui dell'anomalia una volta eliminato il gradiente lungo l'asse nord.

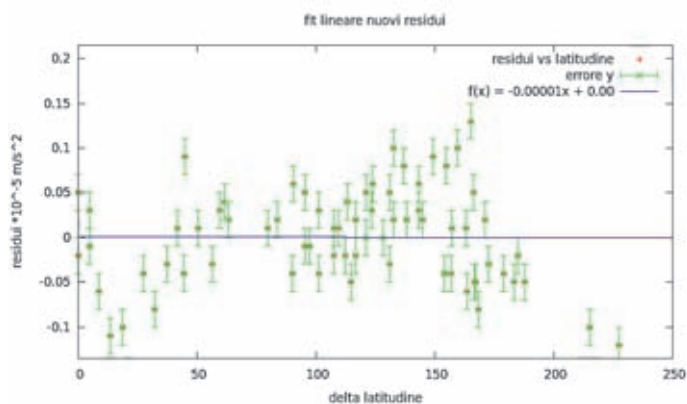


Fig. 23: Fit lineare dei residui in funzione della differenza di coordinata piana nord dalla stazione F29, la più a sud. Si tenga presente che trattandosi di misure di gravità relative possiamo aggiungere o togliere una certa quantità costante al nostro insieme di misure, in questo caso si è scelta una costante tale per cui l'intercetta dei residui sia pari a 0, ovvero $-0.08 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$

L'analisi quantitativa la vediamo in figura 23 dove sono rappresentati i nuovi residui in funzione della latitudine, notiamo che il coefficiente angolare della retta è prossimo allo 0, il che indica una assenza di correlazione lineare.

In Fig. 24 è fatto il confronto tra valori simulati e misurati, corretti del gradiente calcolato prima e traslati di $-0.18 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$.

Ne deduciamo non solo che i valori misurati sono compresi tra i valori massimi e minimi simulati, ma anche che l'approssimazione per difetto presenta un ottimo accordo con i dati sperimentali, nonostante il volume interno della cavità sia stato approssimato in maniera molto semplice utilizzando solamente 11 prismi.

Si può ipotizzare che ciò sia dovuto al fatto che utilizzando solamente la pianta e la sezione dei rilievi non si tiene conto del fatto che l'interno della grotta in realtà non è completamente cavo, creando quindi un effetto che compensa il fatto che si approssima con un volume inferiore.

Conclusioni

Alla luce dei risultati ottenuti, dato l'ottimo accordo tra i dati sperimentali e le simulazioni fatte considerando i contributi della sola Grotta Impossibile, si può escludere che ci sia nei pressi della Caverna Finocchiaro un'altra cavità di dimensioni paragonabili, per lo meno nelle zone prese in considerazione e coperte da osservazioni gravimetriche.

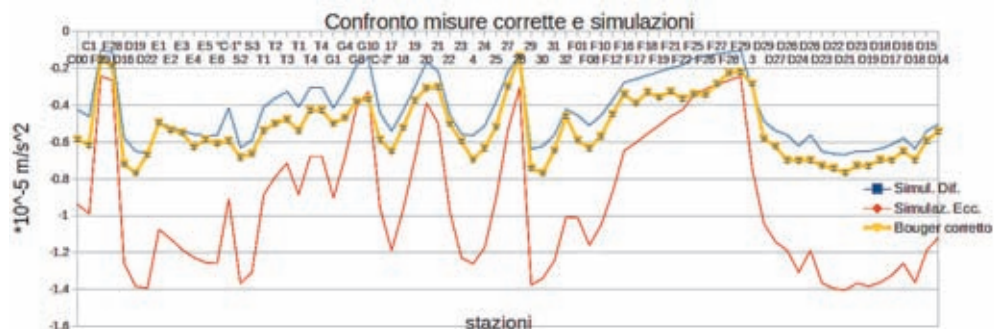


Fig. 24: Confronto tra valori simulati e valori osservati, la linea blu rappresenta la stima per eccesso mentre l'arancione quella per difetto. I punti gialli rappresentano i valori sperimentali.

Rimane tuttavia aperto il quesito per tutta la zona coperta da foresta che non è stato possibile investigare a causa della scarsa ricezione dell'antenna GNSS, e che sarebbe interessante poter indagare utilizzando altri strumenti geodetici di posizionamento e di quota.

Per quanto riguarda la presenza di un gradiente di gravità positivo in direzione nord la determinazione delle cause che lo generano esula dal presente lavoro di tesi, tuttavia la presenza della cava della Italcementi a poche centinaia di metri dal sito di interesse la pone come uno dei candidati principali, oppure altre inomogeneità di densità nel sottosuolo.

Con questo lavoro abbiamo una ulteriore conferma del fatto che l'indagine gravimetrica si conferma un valido strumento per la ricerca di nuove cavità, a patto che esse siano di dimensioni adeguate e sufficientemente vicine alla superficie.

BIBLIOGRAFIA

- [1] REGIONE AUTONOMA FRIULI VENEZIA-GIULIA: *Catasto regionale delle grotte del Friuli Venezia Giulia*. <http://www.catastogrotte.fvg.it/6800> – *Grotta Impossibile*.
- [2] PIVETTA, T. E BRAITENBERG C., (2015): *Laser-scan and gravity joint investigation for subsurface cavity exploration - The Grotta Gigante benchmark*. Geophysics, 80, 4, B83-B94. DOI: 10.1190/geo, 2014-0601.1
- [3] DIQUAL A., (2015): *Rilievi della “Grotta Impossibile”*. Comunicazione personale.
- [4] UIEDA L., BOMFIM E. P., BRAITENBERG C. E MOLINA E., (2011): *Optimal forward calculation method of the Marussi tensor due to a geologic structure at GOCE height, Proceedings of the 4th International GOCE User Workshop*. Proceedings of the 4th International GOCE User Workshop. <https://tesseroids.readthedocs.org/en/latest/>.
- [5] SCHMIDT A., (2002): *DbGrav software*. <http://www.ifg.unikiel.de/1276+M52087573ab0.html>. Comunicazione personale.
- [6] BAGLIANI F., COMAR M., GHERBAZ F. E NUSSDORFER G., (1992): *Manuale di rilievo ipogeo*. Regione autonoma Friuli-Venezia Giulia, Trieste.
- [7] BRAITENBERG C., SAMPIETRO D., PIVETTA T., ZULIANI D., BARBAGALLO A., FABRIS P., ROSSI L., FABBRI J. E MANSI A.H., (2015): *Gravity for Detecting Caves: Airborne and Terrestrial Simulations Based on a Comprehensive Karstic Cave Benchmark*. Pure and Applied Geophysics, 173, 4, 1243-1264 DOI: 10.1007/s00024-015-1182-y.
- [8] REGIONE AUTONOMA FRIULI VENEZIA-GIULIA, Cartografia Irdat. (2015): <http://www.regione.fvg.it/rafvf/cms/RAFVG/ambienteterritorio/conoscere-ambiente-territorio/FOGLIA2/>
- [9] LEICA GEOSYSTEMS (2015): <http://leica-geosystems.com/>
- [10] LACOSTE AND ROMBERG (2015): <http://www.microglacoste.com/relativemeters.php>
- [11] BLAKELY W., (1996): *Potential theory in gravity and magnetic applications*. Cambridge University Press, Cambridge.184-196. ISBN: 9780521575478
- [12] MELCHIOR P., (1982): *The tides of the planet earth*. Pergamon Press, Oxford. ISBN-10: 0080262481